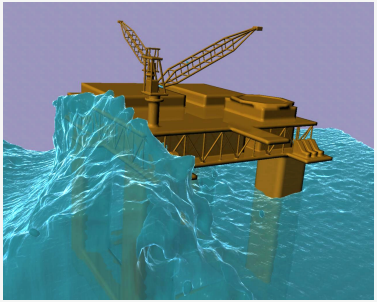
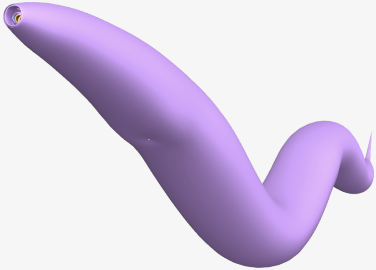
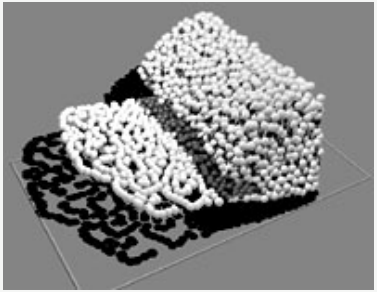
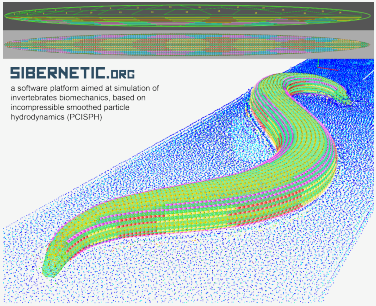
Гидродинамика сглаженных частиц на видеокартах





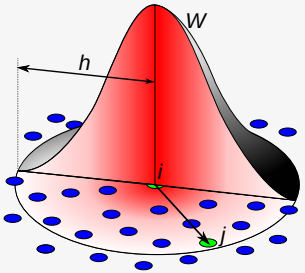



SIBERNETIC.ORG
a software platform aimed at simulation of invertebrates biomechanics, based on incompressible smoothed particle hydrodynamics (PCISPH)

Основная формула

$$A(\vec{r}) = \int_V A(\vec{r}\,') W(\vec{r} - \vec{r}\,', h)\, d\vec{r}\,'$$

A	физическая величина
W	сглаживающее ядро
h	радиус взаимодействия
$\vec{r}$	координата частицы



$$\rho(\vec{r}_i) = \sum_j m_j W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h)$$ плотность

$$p = k_p(\rho - \rho_0)$$ ур. состояния идеального газа

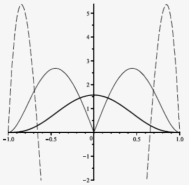
$$\vec{F}_i = -\nabla p(\vec{r}_i) = -\sum_j m_i m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}\right) \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)$$ сила давления

$$\vec{a} = \vec{F}/\rho$$ 2-й закон Ньютона

Виды сглаживающих функций

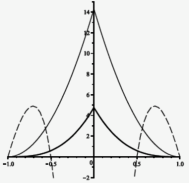
Плотность:

$$W_{\text{poly6}}(\vec{r}, h) = \frac{315}{64\pi h^9} \begin{cases} \left(h^2 - |\vec{r}|^2\right)^3 & 0 \le |\vec{r}| \le h \\ 0 \end{cases}$$



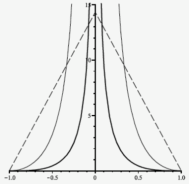
Давление:

$$W_{\text{spiky}}(\vec{r}, h) = \frac{15}{\pi h^6} \begin{cases} (h - |\vec{r}|)^3 & 0 \le |\vec{r}| \le h \\ 0 \end{cases}$$



Вязкость:

$$W_{\text{viscosity}}(\vec{r}, h) = \frac{15}{2\pi h^3} \begin{cases} -\frac{r^3}{2h^3} + \frac{r^2}{h^2} + \frac{h}{2r} - 1 & 0 \le |\vec{r}| \le h \\ 0 \end{cases}$$



Общий вид программы

```
struct fluid_particle {
  vec3 r, velocity, force;     // координата, скорость, сила
  float rho, p;                // плотность, давление
};
std::vector<fluid_particle> particles;
initial(particles);            // заполняем массив частицами
while (...) {
  density_pressure(particles); // вычисляем плотность и давление
  forces(particles);           // вычисляем силы
  advance(particles);          // обновляем скорость и координату
}
```

Плотность и давление

```
void density_pressure(...) {
  for (int i=0; i<nparticles; ++i) {
    float sum = 0;
    for (int j=0; j<nparticles; ++j) {
      vec3 r_ij = sqrt(pow2(particles[i].r - particles[j].r));
      if (r < h) {
        sum += m*CONST_1*pow3(pow2(h) - pow2(r_ij));
      }
    }
    particles[i].rho = sum;
    particles[i].p = CONST_2*(particles[i].rho - RHO_0);
  }
}
```

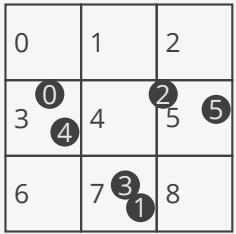
Давления и гравитация

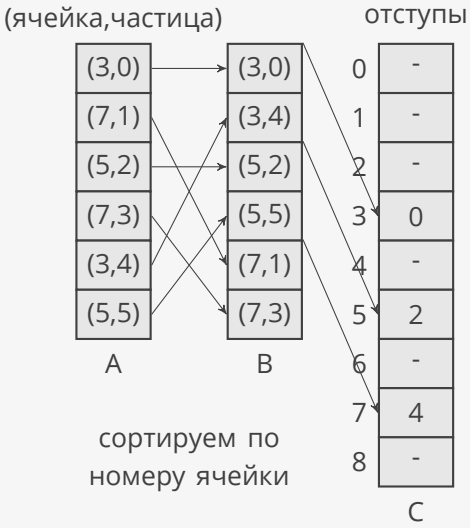
```
void forces(...) {
  for (int i=0; i<nparticles; ++i) {
    vec3 pressure_force = 0;
    for (int j=0; j<nparticles; ++j) {
      if (i == j) { continue; }
      const auto& p_i = particles[i], p_j = particles[j];
      vec3 r = sqrt(pow2(p_i.r - p_j.r));
      if (r < h) {
        pressure_force += -normal(r)*m*(p_i.p - p_j.p)/(2*p_j.rho)
          * CONST_3 * pow2(h-r);
      }
    }
    vec3 gravity_force = G * particles[i].rho;
    particles[i].force = pressure_force + gravity_force;
  }
}
```

Ускорение, скорость, координата

```
void advance(...) {
  for (int i=0; i<nparticles; ++i) {
    auto& p = particles[i];
    // обновляем скорость и координату
    auto acceleration = dt*p.force/p.rho;
    p.velocity += acceleration;
    p.r += dt*p.velocity;
    // обрабатываем границы
    ...
  }
}
```

Сортированная сетка





Плотность и давление (сетка)

```
for (int i=0; i<nparticles; ++i) {
  int2 cell = floor(particles[i].r / (2*h));
  for (int i=-1; i<=1; ++i) {
    for (int j=-1; j<=1; ++j) {
      int2 neighbour = cell + int2(i, j);
      int offset = cell_offsets[neighbour];          // массив C
      if (offset == 0xffffffff) { continue; }
      for (; offset < nparticles; ++offset) {
        int j = particle_indices[offset];            // массив B
        if (cell_indices[j] != neighbour) { break; } // массив A
        auto& p_j = particles[j];
        ...
      }
    } } }
```

Выводы

- Оптимизации из задачи N тел подходят для сглаженных частиц.
- Законы сохранения выполняются, но выбор сглаживающего ядра W не формализован.
- Для создания гладкой поверхности жидкости нужен отдельный алгоритм.

Ссылки

- Lucas Schuermann Implementing SPH in 2D (реализация)
- Lucas Schuermann Particle-Based Fluid Simulation (математика)
- János Turánszki Scalable GPU Fluid Simulation (сетки)

Статьи

- Оригинальная статья по гидродинамике сглаженных частиц в астрофизике. R.A. Gingold; J.J. Monaghan (1977). «Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars». Mon. Not. R. Astron. Soc. 181 (3): 375–89. doi:10.1093/mnras/181.3.375.
- Оригинальная статья по гидродинамике сглаженных частиц в визуализации. Muller, M., Charypar, D. and Gross, M. Particle-based Fluid Simulation for Interactive Applications, In Proceedings of Eurographics/SIGGRAPH Symposium on Computer Animation (2003), eds. D. Breen and M. Lin.

Изображения

- CSIRO, CSIRO ScienceImage 11431, CC BY-3.0.
- Пальянов А.Ю. Schema of C. elegans body wall muscles layout, CC BY-SA 4.0.
- SPH simulation of ocean waves using FLUIDS v.1 (Hoetzlein), Public Domain.
- Jlcercos Fancy SPH convolution scheme (verbose, modified colors scheme), CC BY-SA 4.0.